

Лист ответа на экзаменационный билет № 1

По дисциплине Численные методы решения физических задач

ФИО обучающегося Жакашев Рахим Нурторман

ИНН 36025030070 «10» мая 2025г.

Ф КазНТУ 706-31. Лист ответов на экзаменационный билет

1) Введение в метод конечных элементов

При обобщении пограничных элементов,  $R^x \in [x_1, \dots, x_n]$   
обосновывается конечное граничное решение функции  $y = f(x)$  в виде  
 $R^y \in [f(x_1), \dots, f(x_n)]$ .

Соответственно, метод конечных элементов главным образом вытекает  
в себя исследование пограничных элементов функции:

$$[f(x_i), f(x_{i+1}), \dots, f(x_{n+i})]$$

что позволяет определить точную зону пограничных элементов функции  
и оценить её принадлежность к той или иной области.

2) Методы оптимизации вытекают себя уменьшение погрешности  
вычислительных методов, которые основаны на:

- i) корректировку через найденное экстремальное уравнение
- ii) экстраполяцию функции с заданными параметрами
- iii) введение дополнительных элементов коррекции в  
например, ДФТДЗ - для волновых чисел максимума элементов.

3) Критерий обусловленности матрицы и оценка сходимости итераций

$$A = \begin{pmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ x_n & y_n & z_n \end{pmatrix}$$

При операции с матрицами, находится  
обратный коэффициент  $A \cdot A^{-1} = E$

1) Если  $0 < z < 1$ :

то оценка сходимости итераций  
удовлетворительная

2) Если  $z < 0 \vee z > 1$ , то:

то оценка сходимости итераций  
не удовлетворительная

3) Если  $0.95 < z < 1.0$ ,

то оценка сходимости  
итераций отличная

и т.д.



Лист ответа на экзаменационный билет № 2  
По дисциплине РНУ 293 «Исчисление методов конечных разностей»  
ФИО обучающегося Абдуллаева Саида Заировича  
ИИН 011212601059 «10» июня 2025г.

1) Интерполирование многочленами Лагранжа Ньютона.  
Интерполяция - способ нахождения промежуточных значений функции, когда известны ее значения в ряде точек.

Многочлен Лагранжа:  

$$L(x) = \sum_{i=0}^n y_i \ell_i(x), \quad \ell_i(x) = \prod_{j \neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Преимущества простота формул.  
Не требует знания коэф. - в.  
Недостатки: высокая степень многочлена может привести к осцилляциям

(эффект Рунге)  
Многочлен Ньютона:  

$$N(x) = f(x_0) + f(x_0, x_1)(x - x_0) + f(x_0, x_1, x_2)(x - x_0)(x - x_1) + \dots$$

Преимущества:  
Удобно для пошагового добавления точек:  
Легко реализуется в программировании.

25

2) Метод граничных интегральных уравнений.  
Метод граничных интегральных уравнений заключается в том, что задача решается не во всем объеме ур., а на границе. Это существенно снижает размерность задачи.

Основное урав.  $(u)(x) = \int_{\Gamma} (B(x, \xi) q(\xi)) d\Gamma(\xi)$  - усл. - eq

Гранич. - усл. - eq в частной области

Преимущества:

- 1) Снижение размерности задачи: объемная задача в 3D преобразуется в 2D задачу.





Лист ответа на экзаменационный билет № 3

По дисциплине ММ293 Численные методы решения физических задач  
ФИО обучающегося Рейсенов Серик

ИИН 0011 26500784 «10» 05 2023 г.

① Задачи Дифференциальные уравнения типа Пуассона

Уравнения Пуассона

$$\Delta u(x) = f(x), \quad x \in \Omega$$

с краевыми условиями Дифференциальные

$$u(x) = g(x), \quad x \in \partial\Omega$$

где  $\Delta$  оператор Лапласа,  $\Omega$  - область

$\partial\Omega$  - граница области

Задачи Дифференциальные уравнения типа Пуассона в конечно-элементных методах решаются с использованием методов конечных элементов, методов Галеркина или методов Фурье.

① Преобразование области  $\Omega$  в дискретную сетку

② Выводим оператор Лапласа

$$\Delta u(x, y) = \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2}$$

③ Применяем краевые условия  $u = g$  на  $\partial\Omega$



3) Число обусловленности матрицы и оценки  
сходности матрицы

Для матрицы  $A$ , число обусловленности

$$\kappa(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$$

где  $\|A\|$  норма матрицы, а  $A^{-1}$  обратная матрица

Если  $\kappa(A)$  велико, то система плохо обусловлена.

Если  $\kappa(A)$  близко к 1, система хорошо обусловлена.

Оценки сходности спектров

$$\rho(T) = \max |\lambda_i(T)|$$

$\lambda_i(T)$  - собственные значения оператора.



**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
Какимов У.К.

  
\_\_\_\_\_ подпись  
«11» 04 2025 г.

Утверждено на заседании кафедры «Материаловедения, нанотехнологии и инженерная физика» протокол № 8 от «31» 03 2025 г.

Дисциплина РНУ293 «**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Семестр 3, учебный год 2024-2025

**Экзаменационный билет № 1**

1. Максимальное количество баллов – 13, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Введение в метод конечных элементов.
- 2.
3. Максимальное количество баллов – 13, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Методы оптимизации.
4. Максимальное количество баллов -14, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Число обусловленности матрицы и оценки сходимости итераций.

*Критерии оценивания:*

1. Точность, вес 35 %
2. Полнота решения проблемы, вес 35 %
3. Креативность и оригинальность, вес 30 %

Составила \_\_\_\_\_



Бейсебаева А.С.

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
Какимов У.К.

  
\_\_\_\_\_ подпись  
«11» 04 2025 г.

Утверждено на заседании кафедры «Материаловедения, нанотехнологии и инженерная физика» протокол № 8 от «31» 03 2025 г.

Дисциплина РНУ293 «**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**»

Семестр 3, учебный год 2024-2025

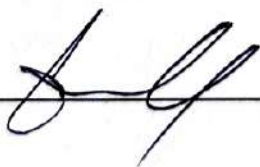
**Экзаменационный билет № 2**

1. Максимальное количество баллов – 13, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Интерполирование многочленами Лагранжа и Ньютона.
2. Максимальное количество баллов – 13, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Метод граничных интегральных уравнений.
3. Максимальное количество баллов – 14, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Методы Рунге и Галеркина. Введение в метод конечных элементов.

*Критерии оценивания:*


1. Точность, вес 35 %
2. Полнота решения проблемы, вес 35 %
3. Креативность и оригинальность, вес 30 %

Составила \_\_\_\_\_



Бейсебаева А.С.

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедры  
Какимов У.К.

  
\_\_\_\_\_ подпись  
«11» 04 2025 г.

Утверждено на заседании кафедры «Материаловедения, нанотехнологии и инженерная физика» протокол № 8 от «31» 03 2025 г.

Дисциплина РНУ293 «**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Семестр 3, учебный год 2024-2025

**Экзаменационный билет № 3**

1. Максимальное количество баллов – 13, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Задача Дирихле для уравнений типа Пуассона.
2. Максимальное количество баллов – 13, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ первого порядка.
3. Максимальное количество баллов – 14, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Число обусловленности матрицы и оценки сходимости итераций.

*Критерии оценивания:*

1. Точность, вес 35 %
2. Полнота решения проблемы, вес 35 %
3. Креативность и оригинальность, вес 30 %

Составила \_\_\_\_\_



Бейсебаева А.С.

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедры  
Какимов У.К.

  
\_\_\_\_\_ подпись  
« 11 » 04 2025 г.

Утверждено на заседании кафедры «Материаловедения, нанотехнологии и инженерная физика» протокол № 8 от «31» 03 2025 г.

Дисциплина РНУ293 «**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Семестр 3, учебный год 2024-2025

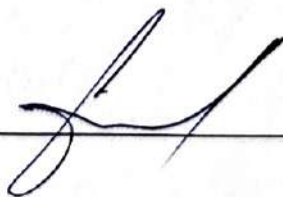
**Экзаменационный билет № 4**

1. Максимальное количество баллов – 13, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Системы линейных алгебраических уравнений (итерационные методы).
2. Максимальное количество баллов – 13, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Методы Рунта и Галеркина. Введение в метод конечных элементов.
3. Максимальное количество баллов – 14, Приблизительное время на выполнение - 40 мин. Число обусловленности матрицы и оценки сходимости итераций.

*Критерии оценивания:*

1. Точность, вес 35 %
2. Полнота решения проблемы, вес 35 %
3. Креативность и оригинальность, вес 30 %

Составила \_\_\_\_\_



Бейсебаева А.С.